## 基础课22 三角恒等变换

### 课时评价·提能

#### 基础巩固练

1. 已知角 的终边经过点，则 的值为（ B ）.

A. B. C. D.

[解析]因为角 的终边经过点，所以，所以.故选.

2. 已知，则（ A ）.

A. B. C. D.

[解析]因为，所以，

.故选.

3. 已知，则（ A ）.

A. B. C. D.

[解析]因为，

所以.

故选.

4*.*(2024·九省适应性测试)已知*θ*∈,π,tan 2*θ=-*4tan*θ+*,则*=*( A)*.*

A*.* B*.* C*.*1 D*.*

[解析]由*θ*∈,π,tan 2*θ=-*4tan*θ+*,

得*=*,即*-*4(tan *θ+*1)2*=*2tan *θ*,

则(2tan *θ+*1)(tan *θ+*2)*=*0,解得tan *θ=-*2或tan *θ=-*,

因为*θ*∈,π,所以tan *θ*∈(*-*1,0),所以tan *θ=-*,

故*==*

*==.*

故选A*.*

5. （改编）若等腰三角形顶角的正弦值为，则这个三角形底角的正弦值为（ D ）.

A. B. C. D. 或

[解析]设顶角为，一个底角为,，则，

则该三角形底角的正弦值,故 或.故选.

6. 已知在中，内角，，的对边分别为，，，若，则的形状是（ B ）.

A. 等腰三角形或直角三角形 B. 直角三角形

C. 等腰三角形 D. 等边三角形

[解析]因为，

所以，

由正弦定理得，

又，

即，

所以.

因为，所以，故.

因为，所以，

所以 为直角三角形.故选.

7. （改编）已知 ， ,，，则（ D ）.

A. B. C. D.

[解析]由，

得 ，

因为，

所以 ，

即 ，

又 ， ,，

所以， ,故,则.故选.

8. 魏晋南北朝时期，祖冲之利用割圆术以正4576边形求出圆周率 约为，和真正的值相比，其误差小于八亿分之一，这个纪录在一千年后才被打破.若已知 的近似值还可以表示成 ，则的值为（ C ）.

A. B. C. 8 D.

[解析] 的近似值还可以表示成 ，

.故选.

#### 综合提升练

9. （多选题）下列选项正确的是（ ABD ）.

A. B.

C. D.

[解析]对于，，正确；

对于，，正确；

对于，，错误；

对于，

，正确.故选.

10. （多选题）在中，已知，则以下四个结论正确的是（ ACD ）.

A. 的最大值为 B. 的最小值为1

C. 的取值范围是 D. 为定值

[解析]由 得，

因为，，所以,，

故.

对于，，因为,所以，，故 正确；

对于，，因为,,所以,,

所以，故 错误；

对于，，由选项 可知，故 正确；

对于，,故 正确.故选.

11. 已知，则5.

[解析]因为，则，

所以

.

12. 若关于的方程在,上有实数解，则实数的取值范围是  .

[解析]原方程，

等价于，

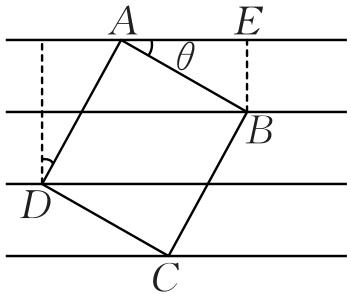
即直线 与函数 的图象在,上有交点.

,，,，,，故，则,.

#### 应用情境练

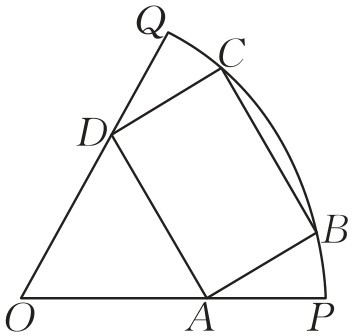
13. 已知平面内有四条平行线，相邻两条间距为1，每条直线上各取一点围成一个矩形，则该矩形面积的最小值是4.

[解析]如图，四边形 为矩形，令,，则,，

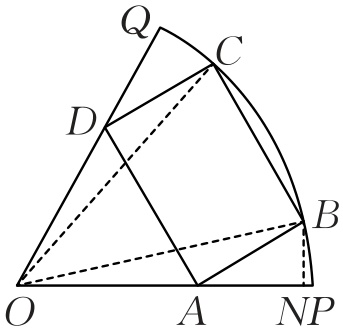


所以，当且仅当 时，等号成立，故该矩形面积的最小值是4.

14. 如图，在扇形中，半径，圆心角，矩形内接于扇形，其中点，都在弧上，则矩形的面积的最大值为  .



[解析]如图，连接,.



因为，所以，

又四边形 为矩形，，所以，

可得，所以.

因为，且，所以 为等边三角形，所以.

又，所以，

过点 作 的垂线，垂足为,设 ，

则 ， ，

所以在 中， ，

，

所以 ，

.

因为,,所以,，

当，即 时，矩形 的面积最大，且最大值为.

#### 创新拓展练

15. 已知函数，则函数在,上共有3个零点.

[解析]由函数，

令，即，解得 ,，所以,.

由,，可得 且，

解得，，所以,4,5，

所以函数 在,上共有3个零点.

16. 设的内角,,所对的边分别为,,，且.

（1）确定和之间的关系；

（2）已知为线段上一点，且满足，若，求.

[解析]（1），

，

即.

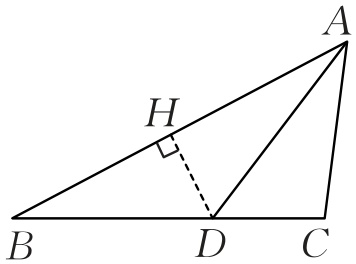
，,，则，

，

.

,,，，即.

（2）作出 的示意图，如图所示.



，由正弦定理得，

易知，.

过点 作 的垂线，垂足为，

则，解得.

,是 的中点，,.

，

，是 的平分线，

，即，解得.